<u>considérations sur la conjecture de goldbach. une euristique.</u>

I - la machine de turing des nombres premiers (mtp).

soit la paire de nombres premiers $\{p_i, p_j\}$.
mtp fait passer de $p_i + p_j = n = 2k$ à $n + 2 = p'_i + p'_j$, avec $k > 2$.
nous utiliserons à cet effet la propriété des nombres premiers jumeaux, dont une caractéristique est la parité similaire à celle des nombres pairs consécutifs. les jumeaux sont comme une insertion de la parité paire dans l'imparité des nombres premiers.

A - <u>1er set</u>.

définition des mouvements a, b, c, etc. et leur miroir a^-, b^-, c^-, etc.:

mouvement a :: $\{(p_i + 0), (p_j + 2)\}$ ou (0, +2,) en abrégé.
" b :: $\{(p_i - 2), (p_j + 4)\}$ ou (-2, +4)
" c :: $\{(p_i - 4), (p_j + 6)\}$ ou (-4,+6), etc.

la somme des mouvements étant toujours égale à 2. ces mouvements sont semblables à une paire de curseurs parcourant les nombres premiers, un peu comme s'il s'agissait d'un nouveau système de numération. en outre, à chaque mouvement correspond son reflet :

a^- = (+2, 0), b^- = (+4, -2) et c^- = (+6,-4), etc.

– la base de comptage.

1) de même que 2 est l'unique nombre premier pair, les trois premiers nombres premiers 3, 5 et 7 forment un triplet de nombres premiers jumeaux unique, (té) $\mathfrak{T}$ = (3, 5, 7), que je nomme triplet primordial.

2) la mise à feu du comptage s'effectue en appliquant mtp sur la plus petite somme issue de $\mathfrak{T}$, 3 + 3 = 6.

3) la condition à suivre est que mtp doit nous fournir tous les nombres pairs consécutivement à partir de 6.

4) à chaque pas nous associons la lettre du mouvement correspondant et chaque palier atteint porte le mot écrit par ces lettres.

josef bayéma

5) la définition des mouvements fixe la "plate-forme" d'initialisation de ceux-ci : "3" pour a, "5" pour b et "7" pour c.

nous pouvons donc écrire fonctionnellement mtp, avec $p_j \geq p_i$:

$a(p_i, p_j) = (p_i+0, p_j+2)$, $b(p_i, p_j) = (p_i-2, p_j+4)$ et $c(p_i, p_j) = (p_i-4, p_j+6)$, etc. et naturellement l'écriture en reflet.

– petite distinction dans l'usage de a, b et c, etc. et a^-, b^- et c^-, etc.

du fait de la commutativité de l'addition, il n'est pas nécessaire d'utiliser l'écriture en reflet à chaque fois qu'il y a identité des sommants. par contre, cette écriture est nécessaire lorsqu'il n'y a pas d'autre moyen de faire avancer la procédure de calcul, et donc cela se répercute sur le mot écrit; voir ci-après. aussi, il y aura autant de mots que d'étages de l'arbre algorithmique (cf. aussi l'illustration graphique habituelle – en "triangle" – et la "comète de goldbach").

B - la machine en marche.

$3 + 3 = 6$

| a — mot $m_1 = a$

$3 + 5 = 8$

$m'_2 = aa^-$ — a^- / \ a — " $m_2 = a^2$

$5 + 5$ — $3 + 7 = 10$

$m'_3 = aa^-a$ — a \ / a^- — $m_3 = a^2a^-$

$5 + 7 = 12$

$m'_4 = aa^-aa^-$ — a^- | — $m_4 = a^2a^{-2}$

$7 + 7 = 14$

au palier k, le nombre de lettres du mot m_k multiplié par 2 et ajouté à 6 donne évidemment la valeur du nombre pair atteinte $n = 6 + 2k = 2(3 + k)$, $k \geq 0$.

à ce stade nous avons utilisé toutes les possibilités de a et a^- sur $\mathfrak{T}$; nous pouvons donc passer à 11 en utilisant les mouvements b et b^-, mais aussi c et c^- puisque 11 est jumeau de 13.

5 + 7 = 12

$m'_5 = aa^{-}aa^{-}b$, etc. b / \ a^{-} $m_4 = a^2a^{-2}$

3 + 11 7 + 7 = 14

a^{-} / a\ /c $m_6 = a^2a^{-2}c$

5 + 11 3 + 13 = 16

a^{-} / a \ / a^{-} $m_7 = a^2a^{-2}ca^{-}$, etc.

7 + 11 5 + 13 = 18

où l’on voit que les jumeaux font comme-un et offrent une image miroir aux propriétés du triplet primordial, servant ainsi de base à une relance du processus.

nous avons épuisé les ressources de $\mathcal{T}$ et de la première paire de nombres premiers jumeaux (11, 13) hors $\mathcal{T}$. nous pouvons donc maintenant utiliser le nombre premier suivant. il nous faut donc sauter de 13 à 17; il y a 4 pas, il faudra donc reculer de 2 pas à partir de 7, c'est-à-dire effectuer b(7, 13) = (5, 17), mais puisque 17 est jumeau de 19, nous effectuerons aussi c(7, 13) = (3, 19). nous verrons ainsi la contribution de tous les mouvements.

7 + 13 = 20

b^{-} / c | \ b

11 + 11 3 + 19 5 + 17 = 22

a / b^{-} | \ a

11 + 13 7 + 17 5 + 19 = 24

c \ a | / a^{-}

7 + 19 = 26

derechef nous effectuons b(7, 19) = (5, 23) et ainsi de suite.

C - <u>2ème set</u>.

mais avant d’aller plus loin une remarque s’impose. lorsque nous étions arrivés à (7, 13) nous pouvions, en plus d’effectuer b(7, 13) = (7–2, 13+4) = (5, 17), effectuer b^{-} = (+4, -2), c'est-à-dire -b^{-}(7, 13) = (7+4, 13-2) = (11, 11). et ainsi dépasser les capacités de $\mathcal{T}$ afin d’obtenir une nouvelle base de mise à feu secondaire qui permet de ne pas rester enfermé dans $\mathscr{T}$ promu, sinon, au rôle d'attracteur.

– la question.

mtp est-elle toujours possible? l'opérateur x ∊ {a, a¯, b, b¯, etc.} existe-t-il toujours? en d'autres termes, le "réglage" de l'opérateur se réalise t'il selon les mêmes conditions?

la réponse est simple, en voici le théorème.

théorème mtp : à partir du dernier palier (de goldbach) obtenu (à commencer par 3+3 = 6), il est toujours possible d'étendre, à droite comme à gauche une paire de nombres entiers pairs positifs ou négatifs tels que leur somme soit toujours égale à 2, sans lacune car corrélative à la structure paritaire des entiers. cette paire se trouve toujours dans la liste euclidienne L^*_4.

les nombres premiers que nous considérons sont tous impairs et donc l'espace qui les sépare est pair.
soient donc deux nombres premiers p_i et p_j. alors il est toujours possible de trouver un , ou plusieurs, nombre(s) de la liste L_4 = {2, 6, 10, 14, 18, …}[1], tel(s) que :

$n \in L_4$, alors $n = k_1 + k_2$, $k_1 = 2n_1$ et $k_2 = 2n_2$, et $k_1 - k_2 = 2$.

les mouvements de mtp, qu'ici je nomme nombres ℓ_4, trouvent là leur origine,. cette liste L_4 étant constamment rejouée (comme à la loterie) à chaque étape.je nomme L_4* l'ensemble des ℓ_4.

découvrons ces ℓ_4 à partir du palier 100.
six compositions forment l'ensemble des paires de nombres premiers dont la somme a pour valeur 100. ce sont (3, 97), (11, 89), (17, 83), (29, 71), (41, 59) et (47, 53). avec mtp établissons à partir de ces six compositions les 6 listes de mouvements possibles, c'est-à-dire les ℓ_4, permettant de trouver toutes les paires de nombres premiers dont la somme a pour valeur 102.

[1] voir A016825 dans oeis; cette liste, de raison 4, est la liste issue des éléments d'euclide des nombres "*pairement impairs*" de la forme 4n + 2 (E. IX, 33).

<u>(3, 97).</u>

par $\ell_{4,1}$: a^- = (+2, 0) donne (5, 97)
par $\ell_{4,5}$: e^- = (+10, –8) donne (13, 89)
par $\ell_{4,8}$: h^- = (+16, –14) donne (19, 83)
par $\ell_{4,10}$: j^- = (+20, –18) donne (23, 79)
par $\ell_{4,13}$: m^- = (+26, –24) donne (29, 73)
par $\ell_{4,14}$: n^- = (+28, –26) donne (31, 71)
par $\ell_{4,19}$: s^- = (+38, –36) donne (41, 61)
par $\ell_{4,20}$: t^- = (+40, –38) donne (43, 59)

et ainsi pour les cinq autres. on peut ainsi passer de chacune des paires de L_4* au nombre pair suivant 104. en effet on a par exemple a(43, 59) = (43, 61). on écrira L*P* = n, n pair et P* ensemble des paires de nombres premiers impairs.
on voit que plus on avance plus il y a de chances de trouver des paires de nombres premiers corrélés par mtp pour donner tous les nombres pairs consécutivement.
ainsi est vérifiée la conjecture de goldbach.

II - l’espace plastique des nombres premiers.

ceci m’amène à considérer l’espace des nombres premiers comme espace corrélé séparé par une coupure dynamique qui avance toujours dans le même sens que le comptage à la goldbach.
à gauche, toujours, le triplet primordial $\mathscr{T}$ et les paires de jumeaux qui s’y ajoutent au fur et à mesure de la procédure, formant ainsi un ensemble extensible d’opérateurs "à la zeckendorff" (cf. mon travail non publié, partitions nœudiennes d’entiers, et confluences, p.21); à droite l’extension infinie des nombres premiers grignotée infiniment par la partie gauche; nombres premiers infiniment réutilisés dans la procédure.

bibliographie.

partitions nœudiennes d’entiers, 80p, non publié.
un algorithme nœudien de reconnaissance des nombres premiers, 16p, non publié.